

PROCEDURE DI POSIZIONAMENTO TOPOGRAFICO DEI TARGET NEL RILIEVO CON LASER SCANNER TERRESTRE

Alessandra AMATO, Massimo CHILLEMI, Luigi GIACOBBE¹

DISIA Facoltà di Ingegneria Università di Messina, 0903977208,
amatoa@unime.it, massimochillemi@ingegneria.unime.it, luigigiacobbe@libero.it

Riassunto

Nelle operazioni di rilievo con laser scanner terrestre spesso si utilizza una procedura di controllo dei target mediante posizionamento topografico. L'adozione di una tale metodologia discende evidentemente da una riconosciuta maggiore affidabilità di quest'ultimo rispetto all'acquisizione dei punti doppi con il laser scanner.

Ciò è certamente corrispondente al vero se il rilievo topografico è di alta precisione e condotto pertanto secondo uno schema di rete.

Anche adottando il classico procedimento celerimetrico è però possibile, entro certi limiti, conseguire un grado di precisione tale da giustificare l'utilizzo delle coordinate così determinate come elementi di controllo della posizione dei target.

Operare in questi termini può tornare utile in tutti quei casi in cui, pur non avendo l'esigenza di conseguire risultati particolarmente elevati in termini di precisione (per cui non sarebbe giustificabile lo sviluppo di una rete), non si voglia comunque rinunciare ad una procedura di controllo.

Nella presente nota si riferisce di uno studio tendente a verificare la correttezza di tale impostazione.

Abstract

Among the operations related to the survey with terrestrial laser scanner is often used a procedure of control of the targets through topographical positioning.

The adoption of this methodology evidently comes down from a recognized great reliability of this one in comparison to the acquisition of the double points with the laser scanner.

This is of course correspondent to the truth if the topographical survey is of tall precision and duct therefore according to a net scheme.

Adopting also the classical tacheometric procedure, is however possible, within certain limits, to achieve a degree of such precision to justify the use of the coordinates so defined as elements of control of the position of the targets.

To operate in these terms can be useful in all that cases in which the demand of precision isn't particularly elevate (that's why the devolepment of a net would not be justicable) but is not wanted to abdicate to a procedure of control however. In this article the Authors refer of a study on this methodology of topografical positioning of the targets.

1. Il controllo topografico dei target: precisione del posizionamento celerimetrico

Nell'ambito di una ricerca di più ampio respiro sull'applicazione del laser scanner terrestre al rilevamento architettonico, tendente a valutarne, in particolare, la precisione di posizionamento, ci si è voluti soffermare sul tema del controllo topografico dei punti doppi utilizzati per l'allineamento delle scansioni.

Considerato che l'inquadramento dei target entro uno schema di rete fornisce certamente risultati di maggiore affidabilità rispetto all'acquisizione mediante laser scanner e costituisce pertanto il corretto presupposto perché mediante tale procedura se ne possa effettuare il controllo, ci si è comunque chiesto se, almeno per lavori di rilevamento cui non si chiede un grado di precisione

¹ Il contributo degli Autori alla stesura del presente articolo è da intendersi paritetico.

particolarmente spinto (quale è appunto il caso, in genere, della maggior parte delle applicazioni nel campo architettonico), non possa essere sufficiente anche un controllo topografico di tipo celerimetrico (singola acquisizione di ciascun target al di fuori di uno schema di rete).

Allo scopo di verificare la correttezza di tale impostazione, si è proceduto al calcolo dell'incertezza di posizionamento di punti collimati da una sola stazione con uno strumento di fascia medio alta caratterizzato dai seguenti parametri:

- incertezza sulla misura delle distanze: $\sigma_D = \pm(3 \text{ mm} \pm 2 \text{ ppm})$
- incertezza sulla misura degli angoli orizzontali: $\sigma_\alpha = \pm 5''$
- sensibilità del compensatore: $v = \pm 10''$

Con questi dati sono state elaborate le ellissi standard di errore, esplorando l'orizzonte in corrispondenza di distanze contenute entro i 75 m (valore generalmente non superato per le applicazioni in oggetto) e di zenitali non inferiori a 45° (abbondantemente cautelativo in relazione alla massima distanza ipotizzata).

Nelle figure 1-4 sono riportate, sotto forma tabellare e grafica, le elaborazioni relative al caso limite di zenitale uguale a 45° e per distanze di acquisizione pari a 25 m, 50 m e 75 m.

θ (°)	σ_α (rad)	σ_x (m)	σ_y (m)	σ_{xy} (m)	ρ	a^2	b^2	$a=\sigma_{\max}$	$b=\sigma_{\min}$	$\text{tg}(2\phi)$	ϕ (°)
								(m)	(m)		
0	2,42E-05	0,00061	0,0031	0,00E+00	0,000	9,30E-06	3,67E-07	0,0031	0,0006	0	90
30	3,43E-05	0,00170	0,0027	3,71E-06	0,817	9,30E-06	7,35E-07	0,0031	0,0009	-1,732051	60
60	4,85E-05	0,00271	0,0019	3,39E-06	0,676	9,30E-06	1,47E-06	0,0031	0,0012	1,732051	30
90	5,42E-05	0,00305	0,0014	4,57E-22	1,1E-16	9,30E-06	1,84E-06	0,0031	0,0014	1,23E-16	0
120	4,85E-05	0,00271	0,0019	-3,39E-06	-0,676	9,30E-06	1,47E-06	0,0031	0,0012	-1,732051	150
150	3,43E-05	0,00170	0,0027	-3,71E-06	-0,817	9,30E-06	7,35E-07	0,0031	0,0009	1,732051	120
180	2,42E-05	0,00061	0,0031	-1,09E-21	-6E-16	9,30E-06	3,67E-07	0,0031	0,0006	2,45E-16	90
210	3,43E-05	0,00170	0,0027	3,71E-06	0,817	9,30E-06	7,35E-07	0,0031	0,0009	-1,732051	60
240	4,85E-05	0,00271	0,0019	3,39E-06	0,676	9,30E-06	1,47E-06	0,0031	0,0012	1,732051	30
270	5,42E-05	0,00305	0,0014	1,37E-21	3,3E-16	9,30E-06	1,84E-06	0,0031	0,0014	3,68E-16	0
300	4,85E-05	0,00271	0,0019	-3,39E-06	-0,676	9,30E-06	1,47E-06	0,0031	0,0012	-1,732051	150
330	3,43E-05	0,00170	0,0027	-3,71E-06	-0,817	9,30E-06	7,35E-07	0,0031	0,0009	1,732051	120
360	2,42E-05	0,00061	0,0031	-2,19E-21	-1E-15	9,30E-06	3,67E-07	0,0031	0,0006	4,9E-16	90

Figura 1 - Ellissi standard d'errore per $D= 25 \text{ m}$ e $Z= 45^\circ$

θ (°)	σ_α (rad)	σ_x (m)	σ_y (m)	σ_{xy} (m)	ρ	a^2	b^2	$a=\sigma_{\max}$	$b=\sigma_{\min}$	$\text{tg}(2\phi)$	ϕ (°)
								(m)	(m)		
0	2,42E-05	0,00061	0,0031	0,00E+00	0,000	9,30E-06	3,67E-07	0,0031	0,0006	0	90
30	3,43E-05	0,00170	0,0027	3,71E-06	0,817	9,30E-06	7,35E-07	0,0031	0,0009	-1,732051	60
60	4,85E-05	0,00271	0,0019	3,39E-06	0,676	9,30E-06	1,47E-06	0,0031	0,0012	1,732051	30
90	5,42E-05	0,00305	0,0014	4,57E-22	1,1E-16	9,30E-06	1,84E-06	0,0031	0,0014	1,23E-16	0
120	4,85E-05	0,00271	0,0019	-3,39E-06	-0,676	9,30E-06	1,47E-06	0,0031	0,0012	-1,732051	150
150	3,43E-05	0,00170	0,0027	-3,71E-06	-0,817	9,30E-06	7,35E-07	0,0031	0,0009	1,732051	120
180	2,42E-05	0,00061	0,0031	-1,09E-21	-6E-16	9,30E-06	3,67E-07	0,0031	0,0006	2,45E-16	90
210	3,43E-05	0,00170	0,0027	3,71E-06	0,817	9,30E-06	7,35E-07	0,0031	0,0009	-1,732051	60
240	4,85E-05	0,00271	0,0019	3,39E-06	0,676	9,30E-06	1,47E-06	0,0031	0,0012	1,732051	30
270	5,42E-05	0,00305	0,0014	1,37E-21	3,3E-16	9,30E-06	1,84E-06	0,0031	0,0014	3,68E-16	0
300	4,85E-05	0,00271	0,0019	-3,39E-06	-0,676	9,30E-06	1,47E-06	0,0031	0,0012	-1,732051	150
330	3,43E-05	0,00170	0,0027	-3,71E-06	-0,817	9,30E-06	7,35E-07	0,0031	0,0009	1,732051	120
360	2,42E-05	0,00061	0,0031	-2,19E-21	-1E-15	9,30E-06	3,67E-07	0,0031	0,0006	4,9E-16	90

Figura 2 - Ellissi standard d'errore per $D= 50 \text{ m}$ e $Z= 45^\circ$

θ (°)	σ_α (rad)	σ_x (m)	σ_y (m)	σ_{xy} (m)	ρ	a^2	b^2	$a=\sigma_{\max}$ (m)	$b=\sigma_{\min}$ (m)	$\text{tg}(2\phi)$	ϕ (°)
0	2,42E-05	0,00182	0,0031	0,00E+00	0,000	9,30E-06	3,31E-06	0,0031	0,0018	0	90
30	3,43E-05	0,00270	0,0029	1,17E-06	0,147	9,30E-06	6,61E-06	0,0031	0,0026	-1,73205	60
60	4,85E-05	0,00321	0,0035	-1,70E-06	-0,151	1,32E-05	9,30E-06	0,0036	0,0031	1,732051	30
90	5,42E-05	0,00305	0,0041	-4,43E-22	-3,6E-17	1,65E-05	9,30E-06	0,0041	0,0031	1,23E-16	0
120	4,85E-05	0,00321	0,0035	1,70E-06	0,151	1,32E-05	9,30E-06	0,0036	0,0031	-1,73205	150
150	3,43E-05	0,00270	0,0029	-1,17E-06	-0,147	9,30E-06	6,61E-06	0,0031	0,0026	1,732051	120
180	2,42E-05	0,00182	0,0031	-7,35E-22	-1,3E-16	9,30E-06	3,31E-06	0,0031	0,0018	2,45E-16	90
210	3,43E-05	0,00270	0,0029	1,17E-06	0,147	9,30E-06	6,61E-06	0,0031	0,0026	-1,73205	60
240	4,85E-05	0,00321	0,0035	-1,70E-06	-0,151	1,32E-05	9,30E-06	0,0036	0,0031	1,732051	30
270	5,42E-05	0,00305	0,0041	-1,33E-21	-1,1E-16	1,65E-05	9,30E-06	0,0041	0,0031	3,68E-16	0
300	4,85E-05	0,00321	0,0035	1,70E-06	0,151	1,32E-05	9,30E-06	0,0036	0,0031	-1,73205	150
330	3,43E-05	0,00270	0,0029	-1,17E-06	-0,147	9,30E-06	6,61E-06	0,0031	0,0026	1,732051	120
360	2,42E-05	0,00182	0,0031	-1,47E-21	-2,7E-16	9,30E-06	3,31E-06	0,0031	0,0018	4,9E-16	90

Figura 3 - Ellissi standard d'errore per $D=75\text{ m}$ e $Z=45^\circ$

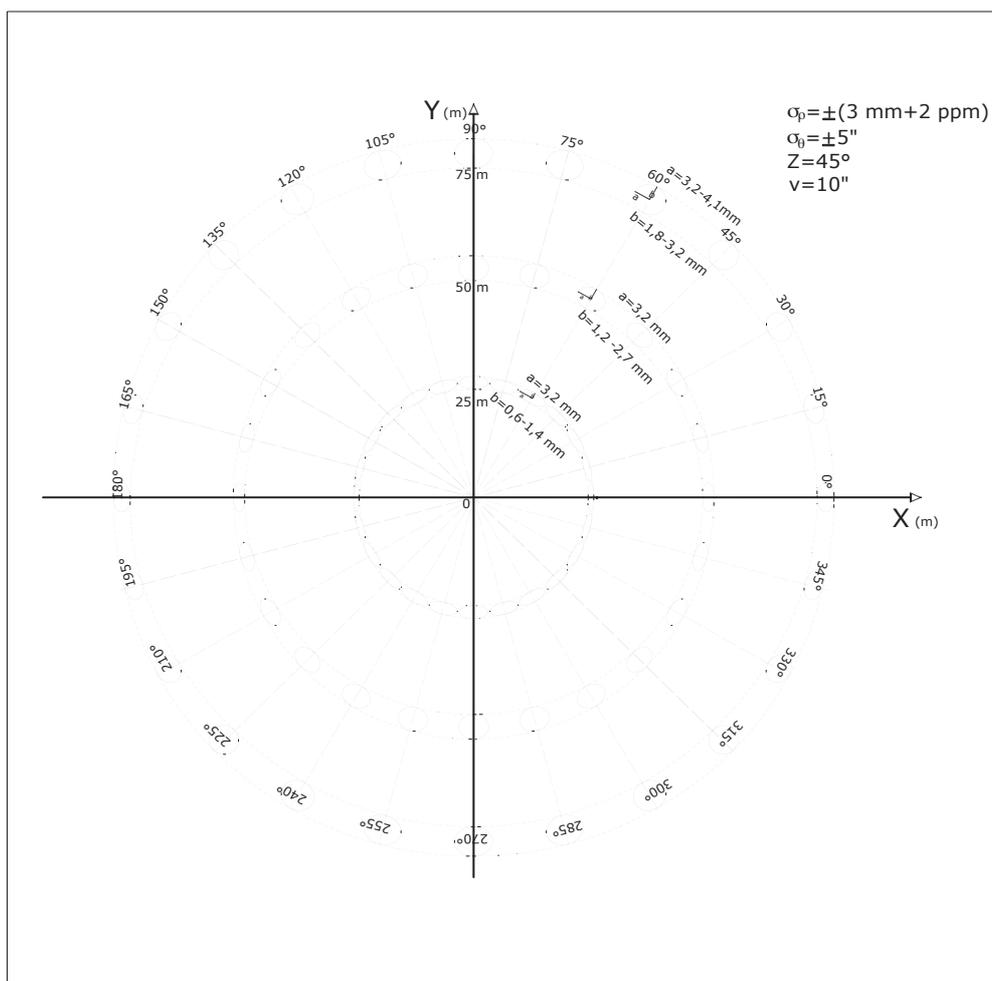


Figura 4 - Ellissi standard d'errore per $D=25\text{ m}$, $D=50\text{ m}$, $D=75\text{ m}$ e $Z=45^\circ$

I risultati evidenziano come, nell'ambito di distanze usuali per le applicazioni relative al rilievo architettonico, il posizionamento con stazione totale abbia un'incertezza inferiore al valore della

precisione di targa dei laser scanner a tempo di volo generalmente utilizzati in questo tipo di applicazioni.

Utilizzando strumenti di ultima generazione (stazioni totali con precisione angolare di $\pm 1''$, puntamento automatico del segnale, incertezza sulla distanza pari a $\pm(1 \text{ mm} + 2 \text{ ppm})$ e sensibilità del compensatore $v=1''$) si potrebbe addirittura conseguire una precisione sul posizionamento planimetrico di poco superiore ad 1 mm, per cui in definitiva si ritiene che, nell'ambito di riferimento, sia possibile utilizzare le coordinate acquisite con uno schema celerimetrico per il controllo dei punti doppi.

2. Schema di rete speditivo per il posizionamento dei target

Nonostante i risultati ottenuti consentano, con i limiti già ampiamente esposti, di eseguire l'acquisizione topografica dei target mediante il posizionamento celerimetrico, è comunque preferibile che la procedura di controllo dei punti doppi faccia riferimento a coordinate compensate secondo uno schema di rete ed in genere tale operazione può essere condotta anche senza appesantire eccessivamente le operazioni di rilievo, conseguendo l'obiettivo di realizzare l'operazione con un corretto rapporto costi/benefici.

Si propone a tal proposito uno schema molto semplice, che prevede l'autonoma acquisizione e compensazione delle coordinate di ciascun vertice (figura 5).

Facendo stazione in A ed in B, si collimano gli n target, materializzando altrettanti triangoli indipendenti, ma riferiti allo stesso riferimento, avente origine in A ($X_A=0, Y_A=0$) ed asse delle ascisse diretto secondo la congiungente AB ($Y_B=0$).

Del generico triangolo ABP si misurano le distanze AB, AP e BP e gli angoli α e β , mentre sono incognite le tre coordinate X_P, Y_P e X_B ; il sistema risolvibile è quindi due volte ridondante, consentendo l'adozione di un criterio di stima ai minimi quadrati.

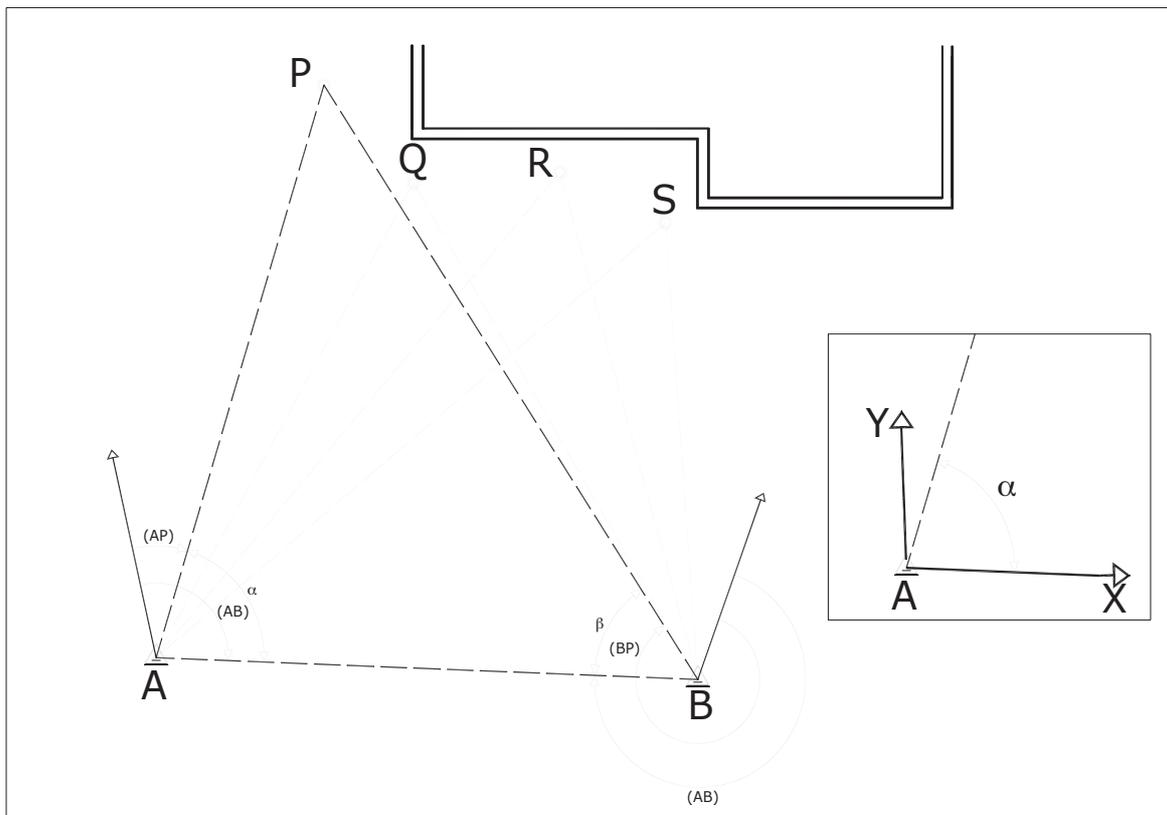


Figura 5 - Ellissi standard d'errore per $D= 25 \text{ m}$, $D= 50 \text{ m}$, $D= 75 \text{ m}$ e $Z= 45^\circ$

Di seguito, per completezza di trattazione, viene proposto il set di equazioni risolventi, che consente di determinare, oltre alle coordinate del target P, anche le relative incertezze.

❖ Coordinate stimate:

$$\begin{aligned} X_B^s &= AB \operatorname{sen}(AB) \\ X_P^s &= AP \operatorname{sen}(AP) \\ Y_P^s &= AP \cos(AP) \end{aligned} \quad [1]$$

❖ Coordinate compensate:

$$\begin{aligned} X_B &= X_B^s + \delta_{XB} \\ X_P &= X_P^s + \delta_{XP} \\ Y_P &= Y_P^s + \delta_{YP} \end{aligned} \quad [2]$$

❖ Equazioni di osservazione:

a) angolo α : $0 \cdot \delta_{XB} + \frac{Y_P^s}{AP^2} \delta_{XP} + \frac{X_P^s}{AP^2} \delta_{YP} + \left(\arctan \frac{X_P^s}{Y_P^s} + \frac{\pi}{2} \right) = v_1$ [3]

b) angolo β : $\frac{Y_P^s}{BP^2} \delta_{XB} + \frac{Y_P^s}{BP^2} \delta_{XP} + \frac{X_P^s}{BP^2} \delta_{YP} + \left(\arctan \frac{X_P^s}{Y_P^s} - \frac{\pi}{2} \right) = v_2$ [4]

c) distanza AB: $\frac{X_B^s}{AB} \delta_{XB} + 0 \cdot \delta_{XP} + 0 \cdot \delta_{YP} + (X_B^s - AB) = v_3$ [5]

d) distanza AP: $0 \cdot \delta_{XB} + \frac{X_P^s}{AP} \delta_{XP} + \frac{Y_P^s}{AP} \delta_{YP} + (\sqrt{X_P^s{}^2 + Y_P^s{}^2} - AP) = v_4$ [6]

e) distanza BP:

$$-\frac{X_P^s - X_B^s}{BP} \delta_{XB} + \frac{X_P^s - X_B^s}{BP} \delta_{XP} + \frac{Y_P^s - Y_B^s}{BP} \delta_{YP} + (\sqrt{(X_P^s - X_B^s)^2 + (Y_P^s - Y_B^s)^2} - BP) = v_5 \quad [7]$$

❖ Matrice delle incognite X e matrice disegno A:

$$X = \begin{pmatrix} \delta_{XB} \\ \delta_{XP} \\ \delta_{YP} \end{pmatrix} \quad [8] \quad A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{Y_P^s}{AP^2} & -\frac{X_P^s}{AP^2} \\ -\frac{Y_P^s}{BP^2} & \frac{Y_P^s}{BP^2} & -\frac{X_P^s - Y_B^s}{Y_B^s} \\ \frac{X_B^s}{AB} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{X_P^s}{AP} & \frac{Y_P^s}{AP} \\ -\frac{X_P^s - X_B^s}{BP} & \frac{X_P^s - X_B^s}{BP} & \frac{Y_P^s - Y_B^s}{BP} \end{pmatrix} \quad [9]$$

❖ Matrice dei termini noti L e matrice dei pesi P:

$$L = \begin{pmatrix} -\arctan g \frac{X_P^s}{Y_P^s} + \frac{\pi}{2} - \alpha \\ \arctan g \frac{X_P^s - X_B^s}{Y_B^s} - \frac{3\pi}{2} - \beta \\ X_B^s - AB \\ \sqrt{X_P^{s2} + Y_P^{s2}} - AP \\ \sqrt{(X_P^s - X_B^s)^2 + (Y_P^s - Y_B^s)^2} - BP \end{pmatrix} \quad [10] \quad P = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_\alpha^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_\beta^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{AB}^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{AP}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{BP}^2} \end{pmatrix} \quad [11]$$

❖ Sistema risolvente: $X = -(A^T P A)^{-1} A^T P L$ [12]

❖ Matrice degli scarti: $V = AX + L$ [13]

- ❖ Ridondanza del sistema:
- numero di incognite: $m=3$
 - numero di equazione: $n=5$
 - ridondanza: $r=n-m=2$

❖ Varianza dell'unità di peso: $\sigma_0^2 = \frac{V^T P V}{n - m}$ [14]

❖ Stima delle varianze e delle covarianze

❖ Parametri dell'ellisse standard: eseguita la stima delle varianze delle coordinate di P e della relativa covarianza, è possibile calcolare rispettivamente il coefficiente di correlazione ρ , i semiassi dell'ellisse standard a e b e l'inclinazione degli assi di minima e massima varianza ϕ .

3. Conclusioni

Nel rilievo con laser scanner terrestre uno dei problemi da affrontare riguarda il controllo topografico dei target utilizzati per la registrazione delle scansioni.

In alternativa al classico inquadramento in uno schema di rete generale di tutti i punti doppi, spesso eccessivamente oneroso, nell'ambito delle applicazioni architettoniche e, più in generale, quando non sia richiesto un grado di precisione particolarmente elevato, si può ricorrere al posizionamento celerimetrico o, preferibilmente, allo schema proposto nella presente nota, che prevede l'autonoma acquisizione di ogni singolo target mediante delle reti minime due volte ridondanti e riferite al medesimo datum.

La procedura coniuga in definitiva le contrapposte esigenze di semplicità e velocità di posizionamento dei target e di contestuale rigosità dei risultati, conseguendo un corretto obiettivo sotto il profilo dell'analisi costi/benefici.

Bibliografia:

- Chillemi M., Giacobbe L., 2006: "Laser scanning terrestre: controllo della precisione mediante confronto con rilievo A.P.", Atti 10^a Conferenza ASITA
- Boehler W., Bordas Vicent M., Marbs A., 2003: "Investigating laser scanner accuracy" – Institute for Spatial Information and Surveying Technology – www.i3mainz.fh-mainz.de
- Rinaudo F., 2002: "La tecnica laser scanning: applicazioni architettoniche e urbanistiche" in "La tecnica del laser scanning: teoria ed applicazioni" – ed. CISM
- Sansò F., 1990: "Il trattamento statistico dei dati" – ed. CLUP
- Inghilleri G., 1974: "Topografia Generale" – ed. UTET